INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Universidade Federal Fluminense
Instituto de Física
Física IV

Relatividade Especial

Daniel

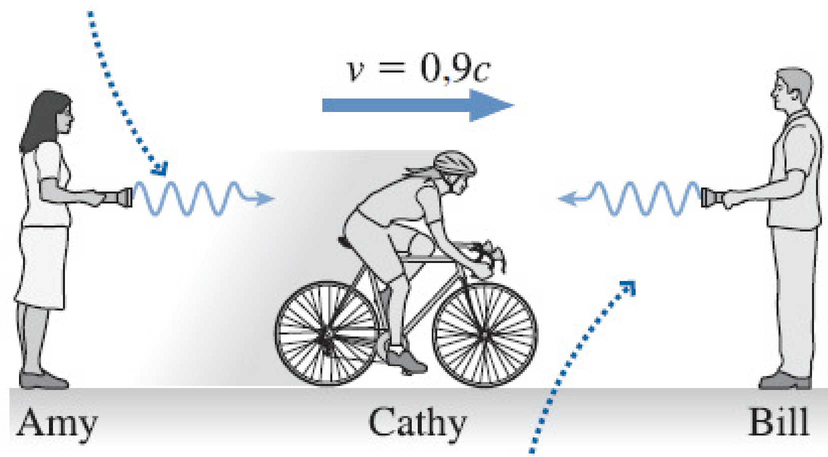
Niterói, 8 de Maio de 2013

A relatividade de Einstein

A constância da velocidade luz

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3{,}0 \times 10^8 \frac{m}{s} = 300\ m/\mu s$$

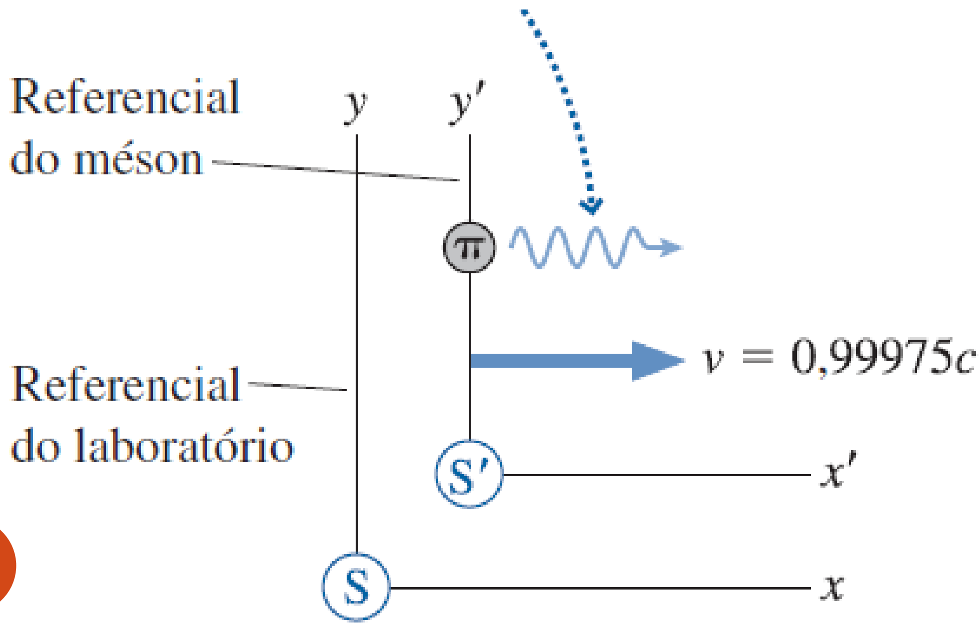
1. As equações de Maxwell são verdadeiras em todos os referenciais inercias.
2. As equações de Maxwell prevêem que as ondas eletromagnéticas, inclusive a luz, se propagam com velocidade c = 3 x 10^8 m/s.
3. Portanto, a luz se propaga com velocidade c em relação a todos os referenciais.



Evidência experimental

O exemplo anterior parece que luz terá velocidade diferente no referencial de Cathy.

A partícula elementar méson π decai em fótom de alta energia. O méson π gerado em laboratório (aceleradores de alta energia) viaja com velocidade 99.975 % e emite o fóton com v = c no ref. do méson.

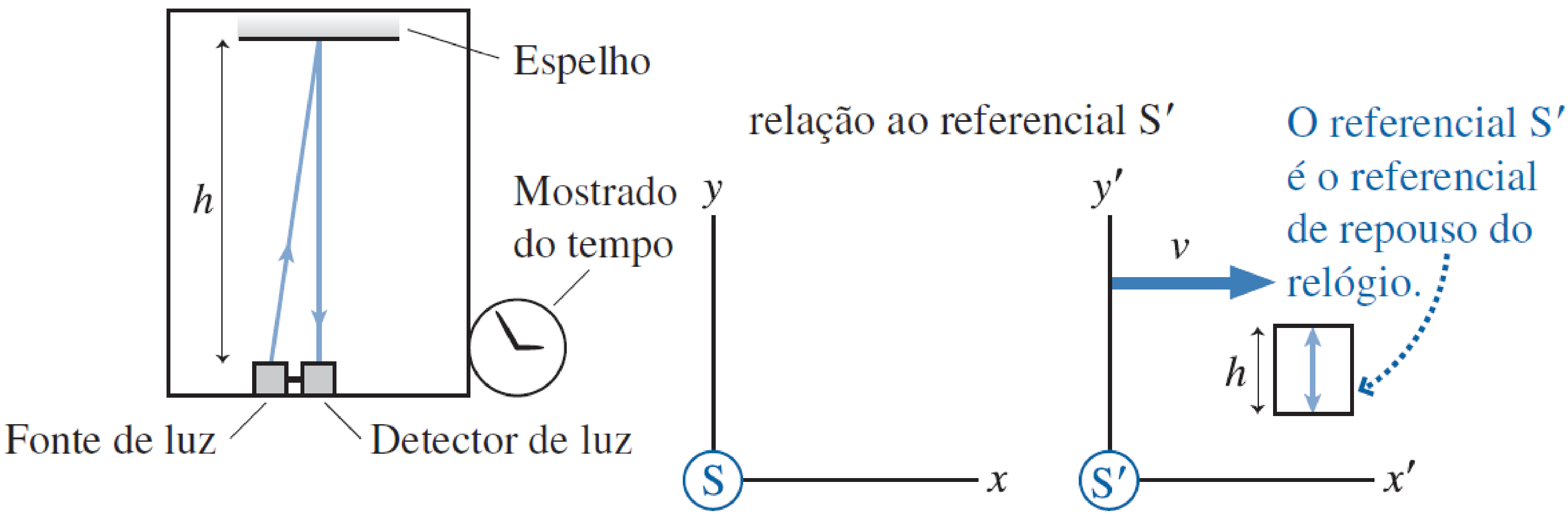


Deveríamos medir a velocidade do fóton no ref. do lab. seria v = 1,99975 c. Mas as medidas mostram que a v do fóton é $v = 3 \times 10^8$ m/s = c

Dilatação Temporal

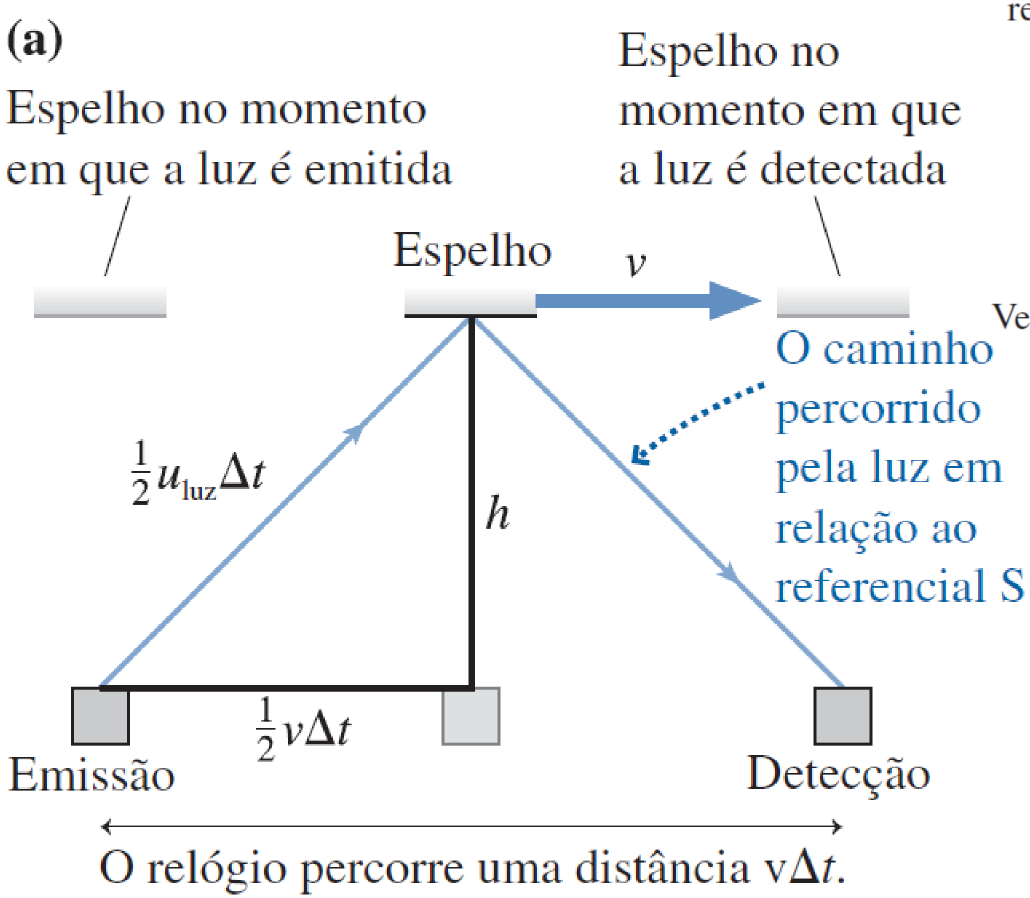
No exemplo anterior parece que o tempo “passa” diferente para quem está no referencial S e S’.

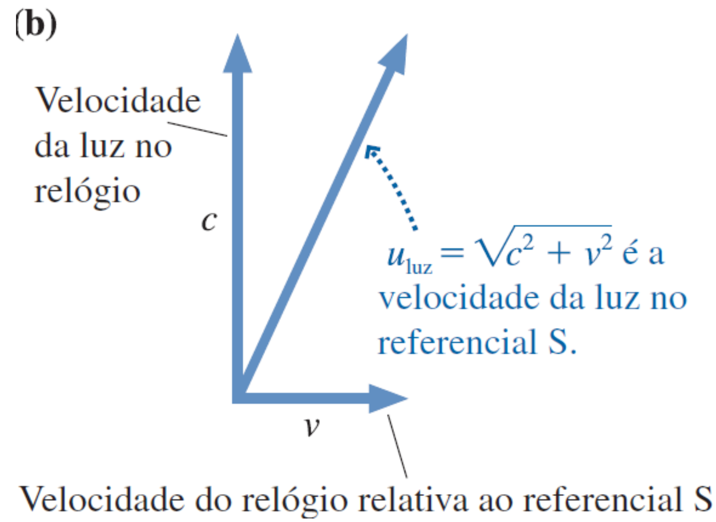
Relógio de luz



Dilatação temporal

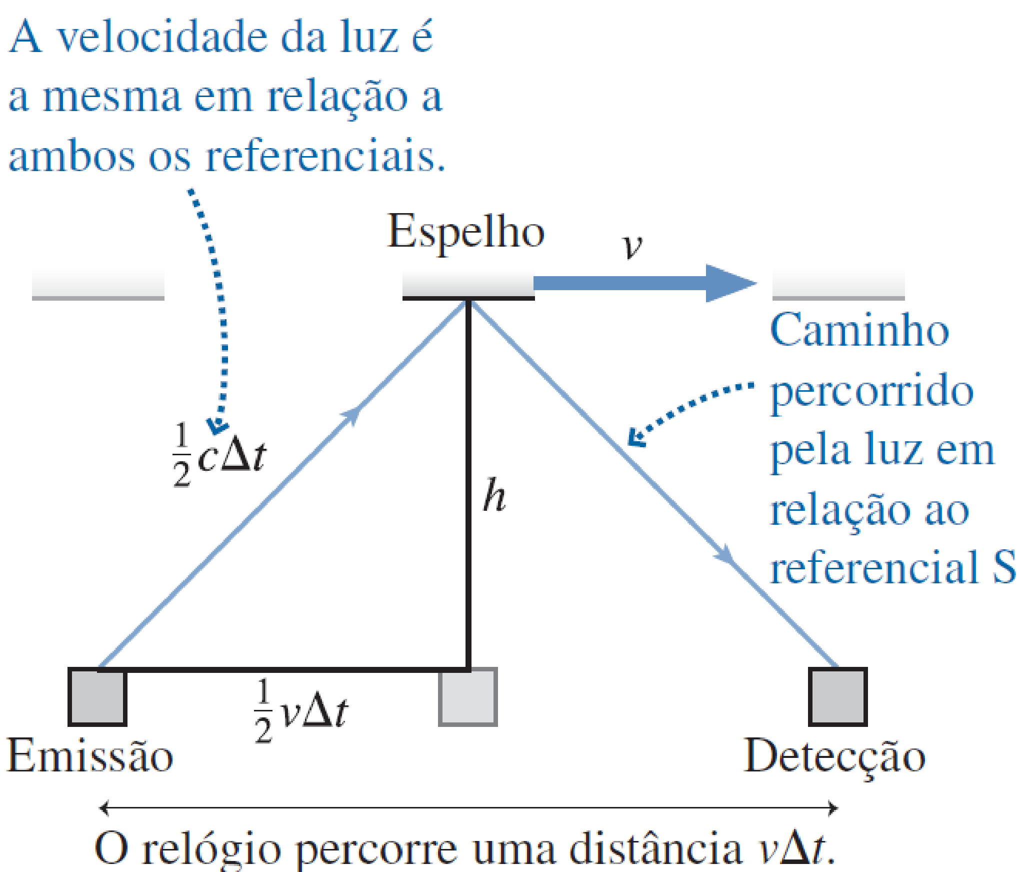
Análise Clássica

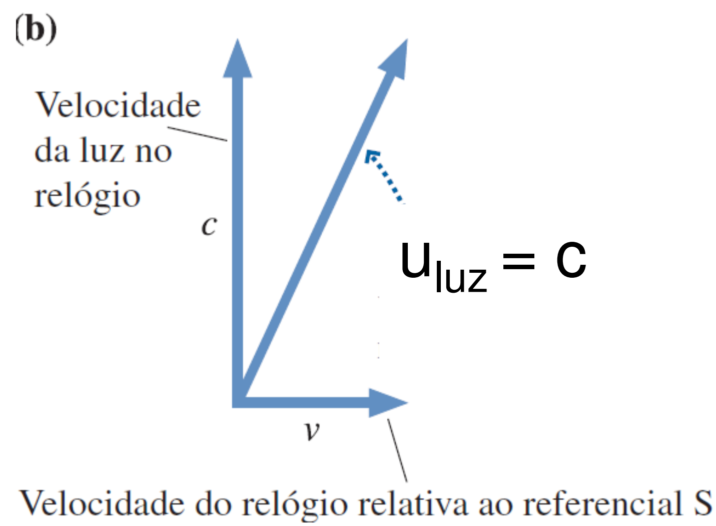




Dilatação temporal

Análise com velocidade da luz invariante.





Dilatação temporal

Tempo próprio

Tempo medido pelo mesmo relógio que ficou em repouso em relação ao um dado referencial.

Quem é o tempo próprio para o caso do relógio de luz?

$$\Delta t' = \Delta\tau$$

$\Delta t'$ é o tempo próprio

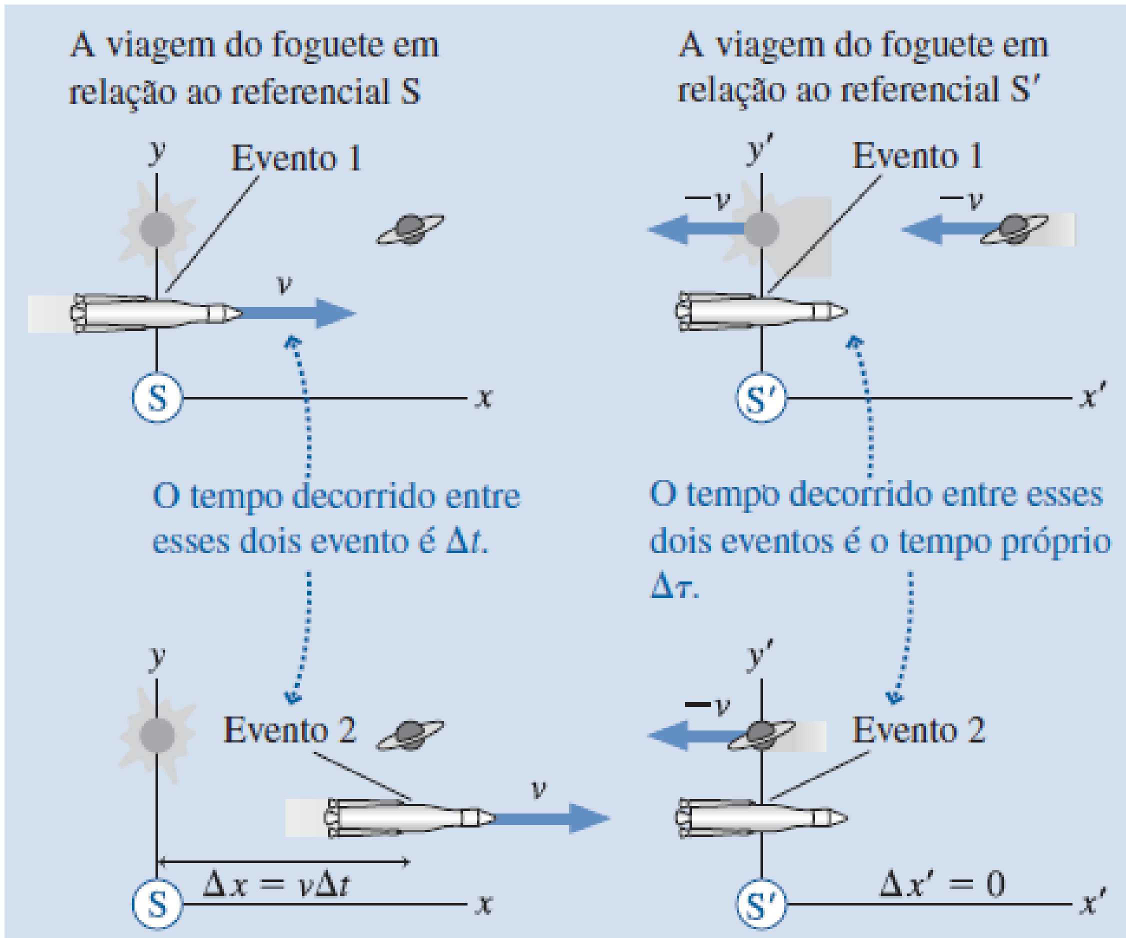
$$\Delta t = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1-(\beta)^2}} \geq \Delta\tau$$

O tempo é o mais curto possível no referencial que se mede o tempo próprio = relógios em movimento andam mais devagar.

O "encompridamente" do tempo mostrado acima é DILATAÇÃO TEMPORAL.

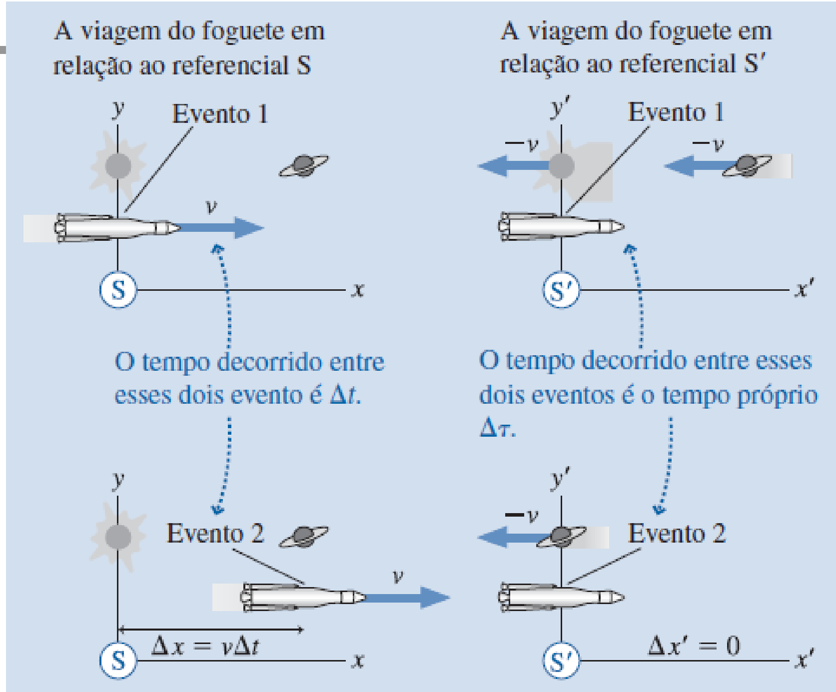
Dilatação temporal

Exemplo 37.5 Qual é o tempo próprio?



Dilatação temporal

Exemplo 37.5



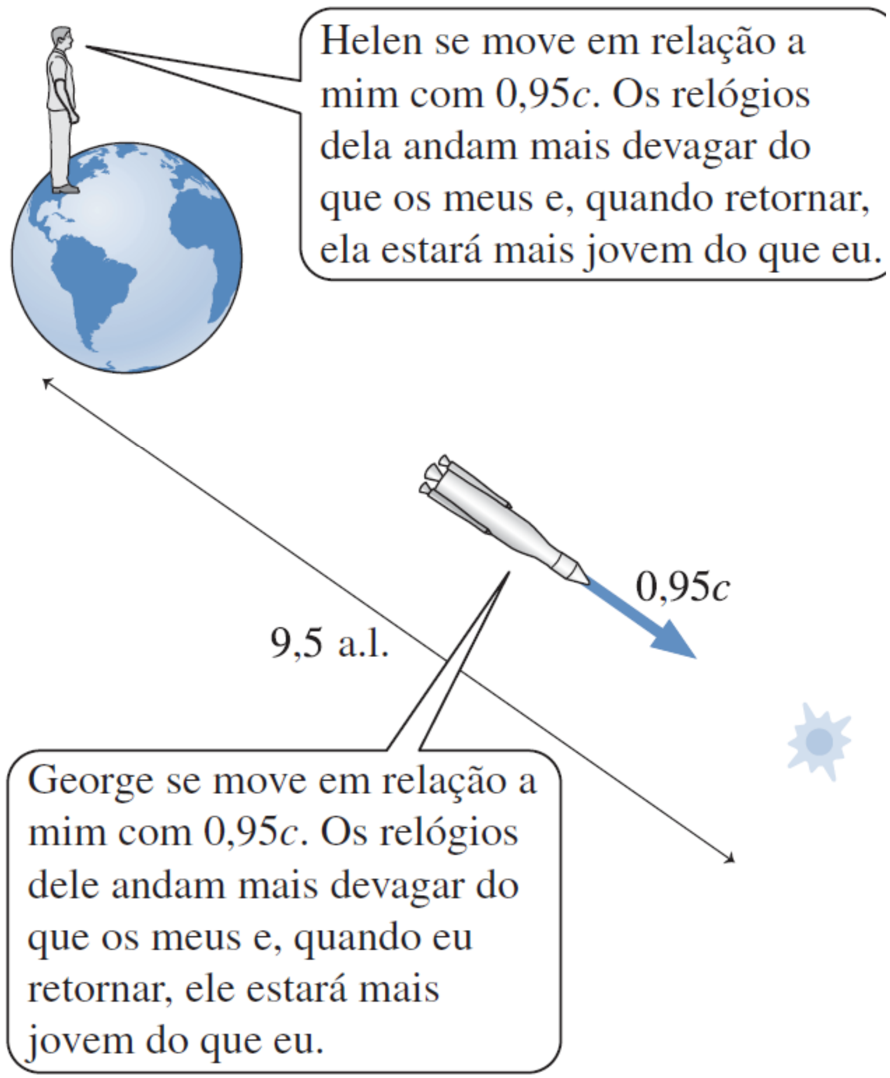
Saturno dista 1,43 x 10^{12} m do sol. Um foguete viaja em linha reta do sol a Saturno com uma velocidade constante de 0,9c relativa ao Sistema solar. Quanto tempo levará para o foguete realizar o percurso em relação a um observador que está na Terra? E em relação a um astronauta que está no foguete?

R: $\Delta t = 5300$ s e $\Delta\tau = 2310$ s

Paradoxo dos Gêmeos

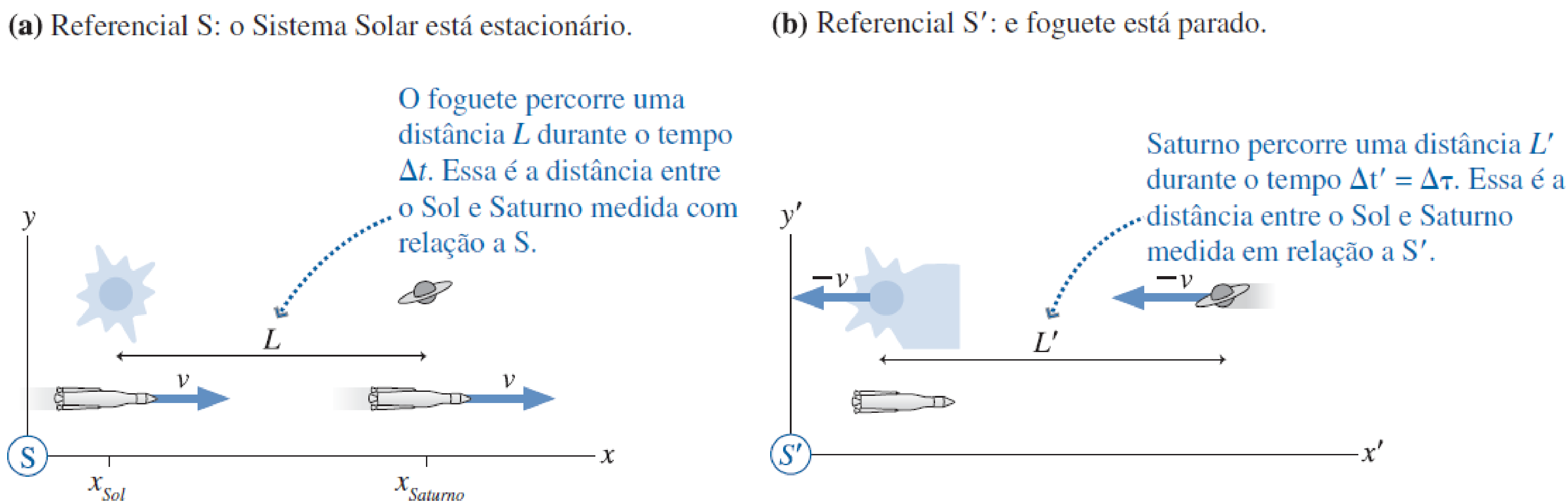
Paradoxo: contradição

George e Helen são gêmeos:
Helen parte em uma viagem intergaláctica até uma estrela distante. Quando volta a terra, quem estará mais jovem, George ou Helen?



Contração espacial

Contração espacial e distância própria.



$$L' = \sqrt{1-(\beta)^2}L$$

A distância L entre dois objetos medida em relação ao referencial em que os objetos estão parados, é denominada distância própria *l*

$$L' = \sqrt{1-(\beta)^2}l \leq l$$

Contração espacial

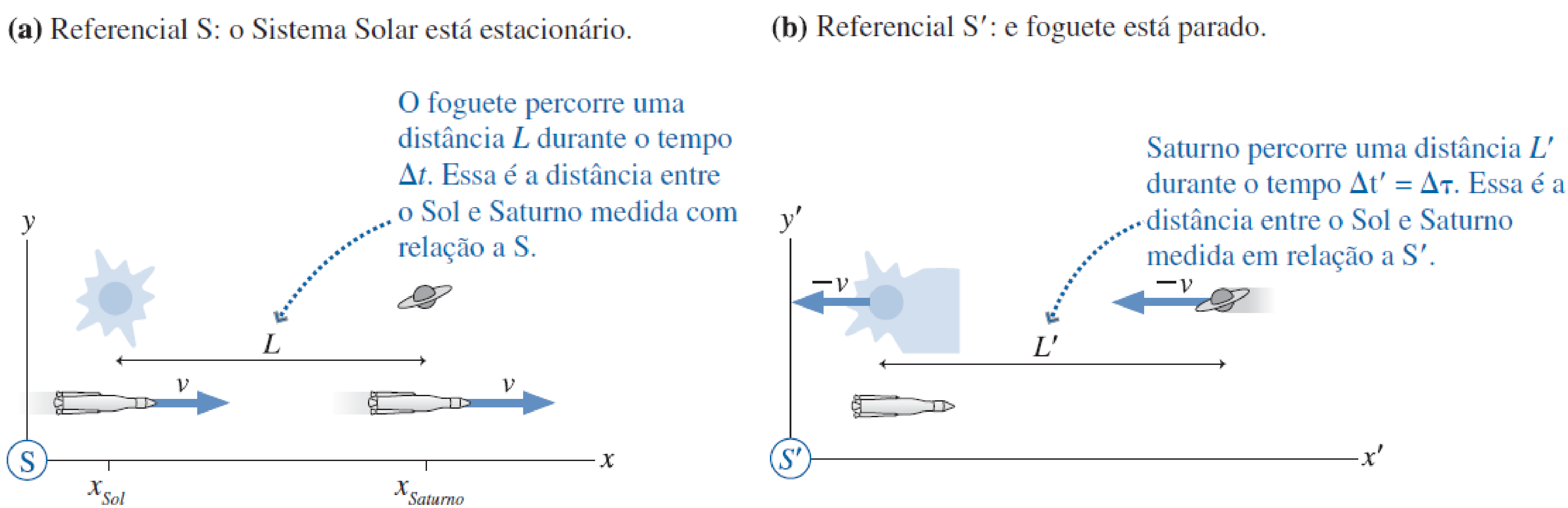
Conclusões: $$L' = \sqrt{1-(\beta)^2}\,l \leq l$$

O "encurtamento" da distância entre dois objetos, medido por um observador que se move em relação aos objetos: **CONTRAÇÃO ESPACIAL**

Em outras palavras, o comprimento de um objeto é máximo com relação ao referencial em que o objeto se encontra em repouso.

Contração espacial

Exemplo 37.6.



Na figura acima o foguete viaja em linha reta do sol até Saturno com velocidade 0.9c relativamente ao sistema solar. A distância Saturno-Sol é de $1,43 \times 10^{12}$ m. Qual é a distância entre o Sol e Saturno medida em relação ao referencial do foguete?

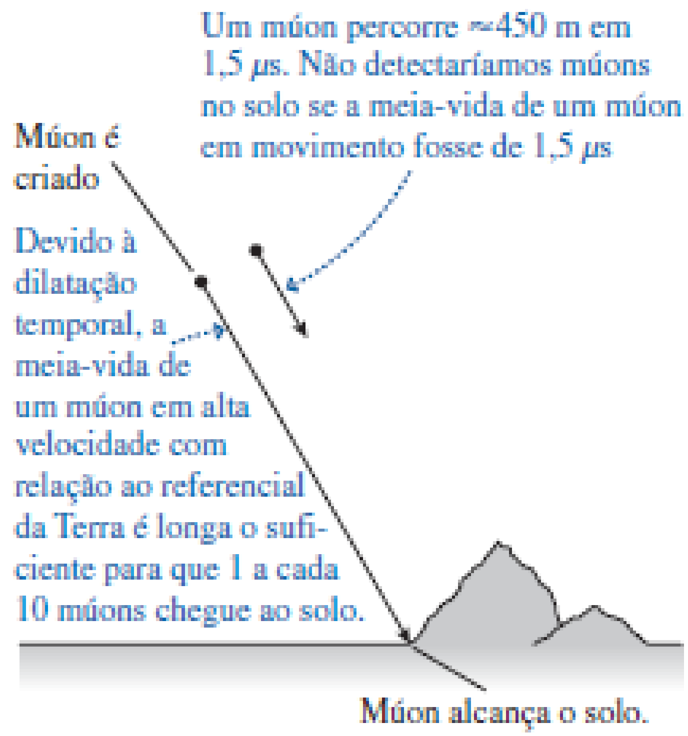
R: $L' = 0,62 \times 10^{12}$ m.

Dilatação temporal

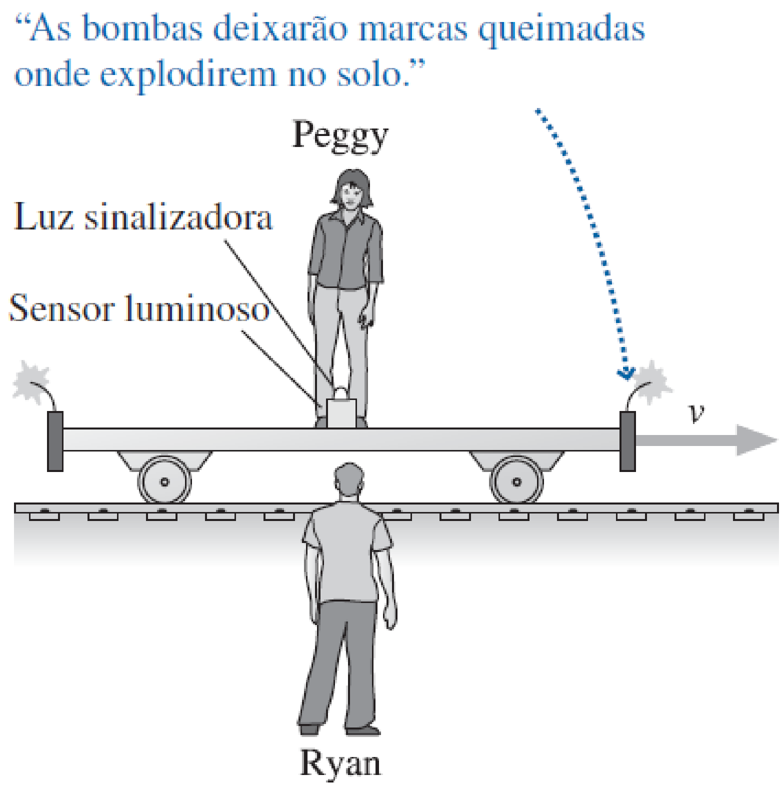
Evidência experimental.

O múons movem-se pela atmosfera a uma velocidade

$$\Delta t = = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1-(\beta)^2}}$$



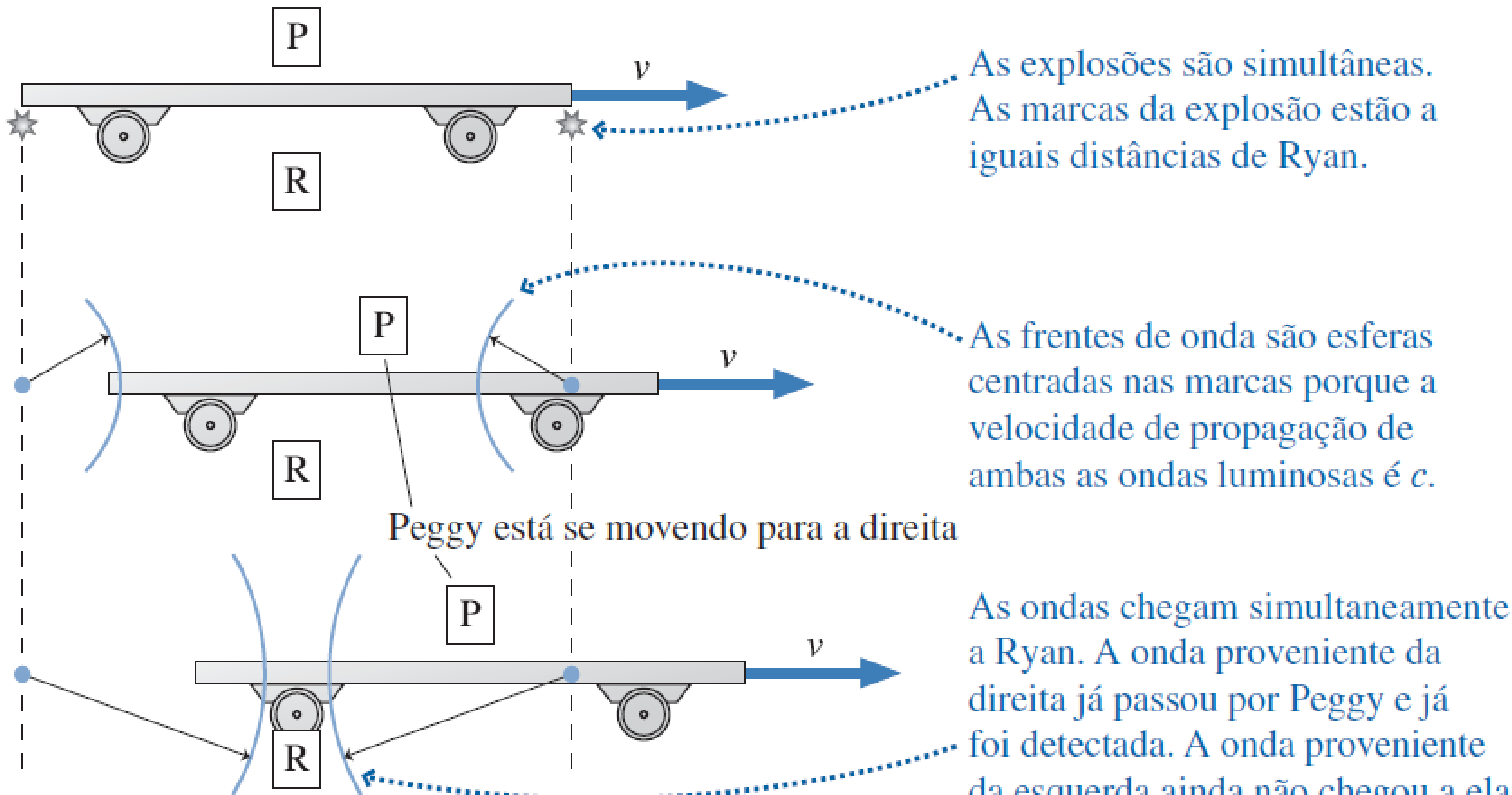
A relatividade da simultaneidade



1. Se o detector da direita receber o flash de luz antes do detector da esquerda: VERDE
2. Se o detector da esquerda receber o flash de luz antes do da direita ou se chegarem simultaneamente: VERMELHA

A relatividade da simultaneidade

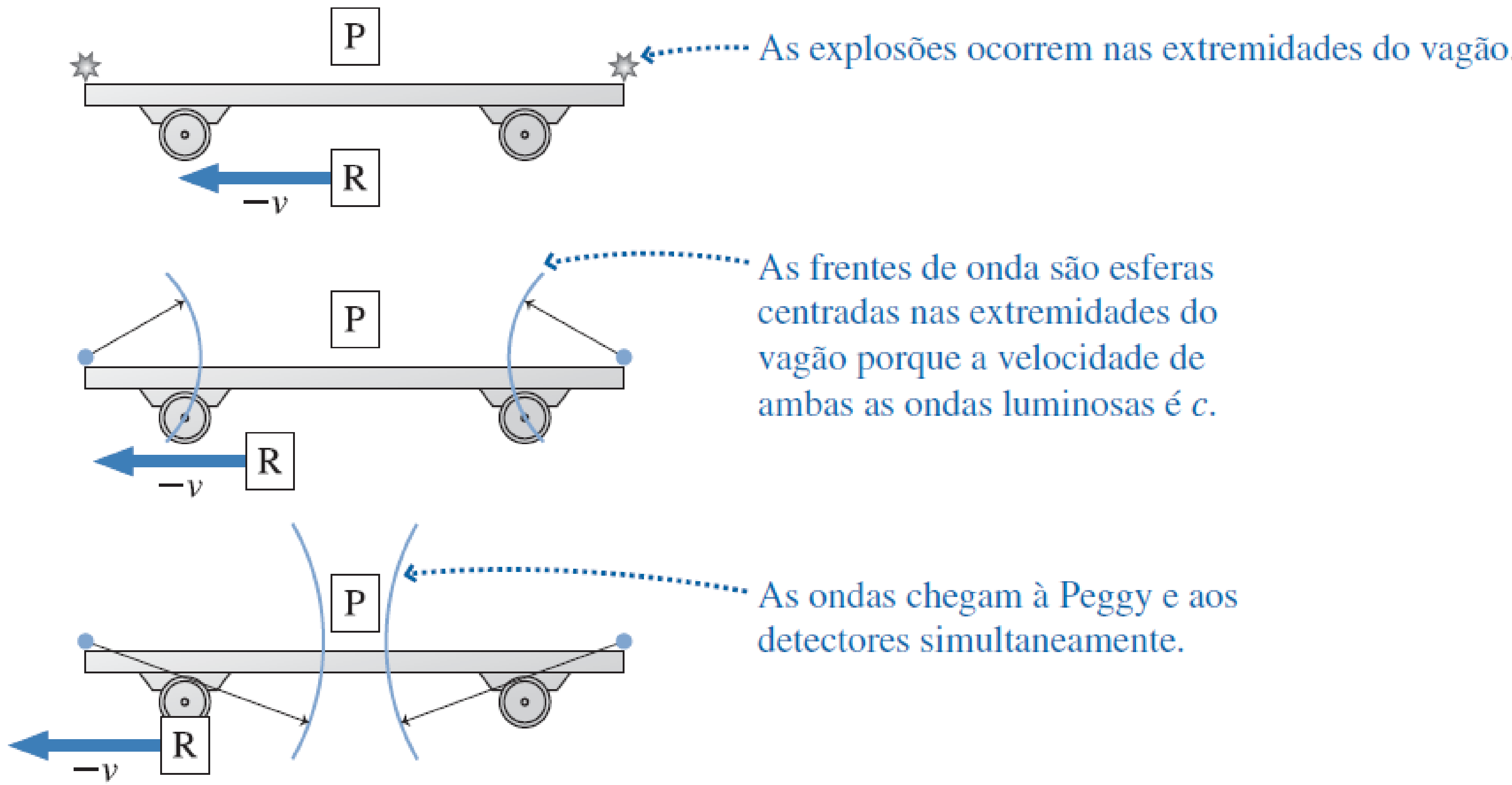
Referencial parado na terra



Para o Ryan a luz é: VERDE

A relatividade da simultaneidade

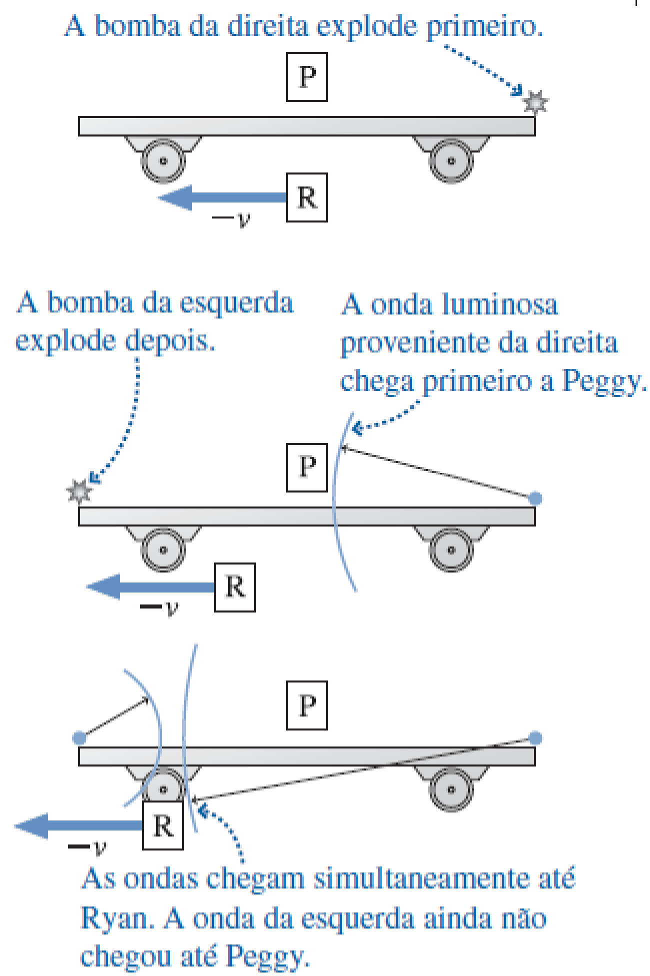
Referencial parado sobre o vagão



Para o Peggy a luz é: VERMELHA

A relatividade da simultaneidade

Na verdade para Peggy a bomba da direita explode primeiro: VERDE



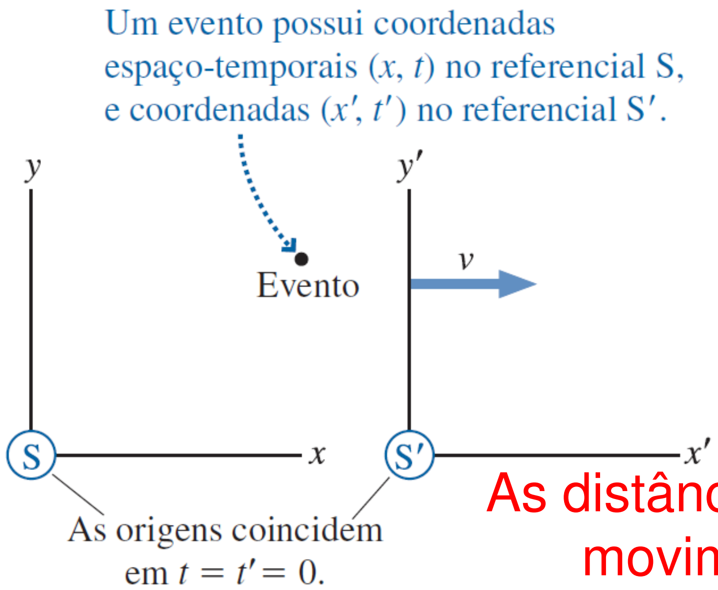
Dois eventos que ocorrem simultaneamente em um referencial S *não* são simultâneos em qualquer outro referencial S' em movimento relativo a S.

Transformação de Lorentz

A transformação tem que satisfazer três condições

1) Concordar com as transformações de Galileu no limite de baixas velocidades; v << c
2) Transformar não apenas as coordenadas espaciais, mas também a coordenada temporal.
3) Assegurar que a velocidade da luz seja a mesma em todos os referenciais

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$



$$x' = \gamma(x - vt) \qquad x = \gamma(x' + vt')$$
$$y' = y \qquad y = y'$$
$$z' = z \qquad z = z'$$
$$t' = \gamma(t - vx/c^2) \qquad t = \gamma(t' + vx'/c^2)$$

As distâncias y e z, que são perpendiculares à direção do movimento não variam

Transformação de Lorentz

Informações importantes

1) As distâncias y e z, que são perpendiculares à direção do movimento não variam.
2) O nome vem do holandês H. A. Lorentz, que foi o primeiro a derivá-las (mas não desenvolveu a teoria da relatividade).
3) A variável temporal depende de x. O espaço e o tempo tornam-se interligados. Por isso é comum se referir ao tempo e as três dimensões como entidade quadridimensional chamada espaço-tempo (x, y, z, t).

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$x' = \gamma(x - vt)$
$y' = y$
$z' = z$
$t' = \gamma(t - vx/c^2)$

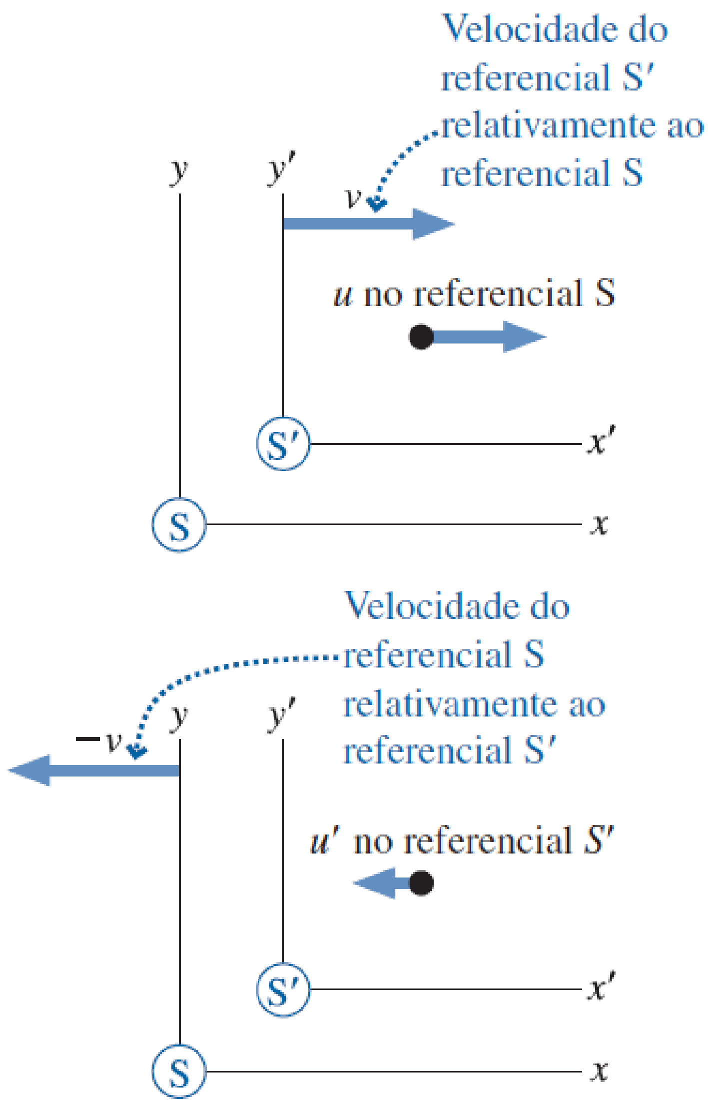
$x = \gamma(x' + vt')$
$y = y'$
$z = z'$
$t = \gamma(t' + vx'/c^2)$

Transformação de Lorentz

Para velocidades

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

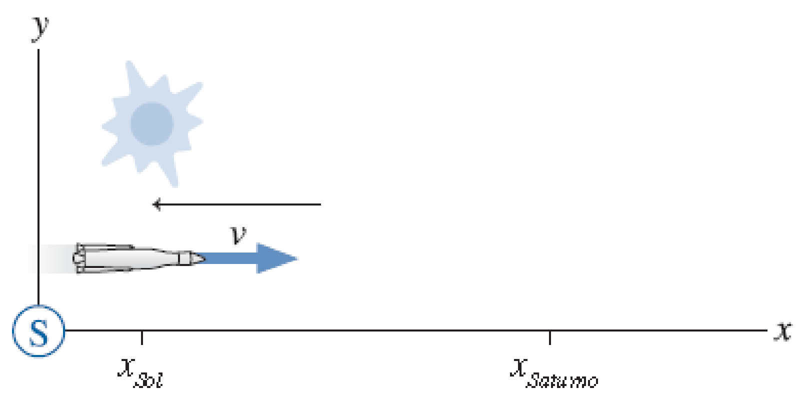


Transformação de Lorentz

Para velocidades

$$u = \frac{u' + v}{1 + \dfrac{u'v}{c^2}}$$

$$u' = \frac{u - v}{1 - \dfrac{uv}{c^2}}$$



37.10 - Um foguete passa pela Terra com uma velocidade 0,9c. Ao passar pela Terra, ele lança um projétil para frente com 0,95c em relação ao foguete. Qual é a velocidade do projétil em relação a Terra?

Resposta: u = 0,997c

Aproximação Binomial

Para casos em que v << c:

$(1+x)^2 = 1 + nx + n(n-1)x^2/2 + \ldots..$

$$se\ v \ll c: \begin{cases} \sqrt{1-(\beta)^2} = (1-\frac{v^2}{c^2})^{1/2} \approx 1 - \frac{1v^2}{2c^2} \\ \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = (1-\frac{v^2}{c^2})^{-1/2} \approx 1 + \frac{1v^2}{2c^2} \end{cases}$$

37.9 – Um ônibus escolar de 8,0 m de comprimento passa a 30 m/s. Qual é o valor de sua contração espacial?

Solução: 8,0 m no ref. do ônibus (comprimento/distância próprio) S'.

$$L = \sqrt{1-(\beta)^2}L' = \sqrt{1-(\beta)^2}l$$

$$L = \sqrt{1-(\beta)^2}l \approx \left(1 - \frac{1v^2}{2c^2}\right)l$$

Resposta: l - L = 4 x 10^{-14} m

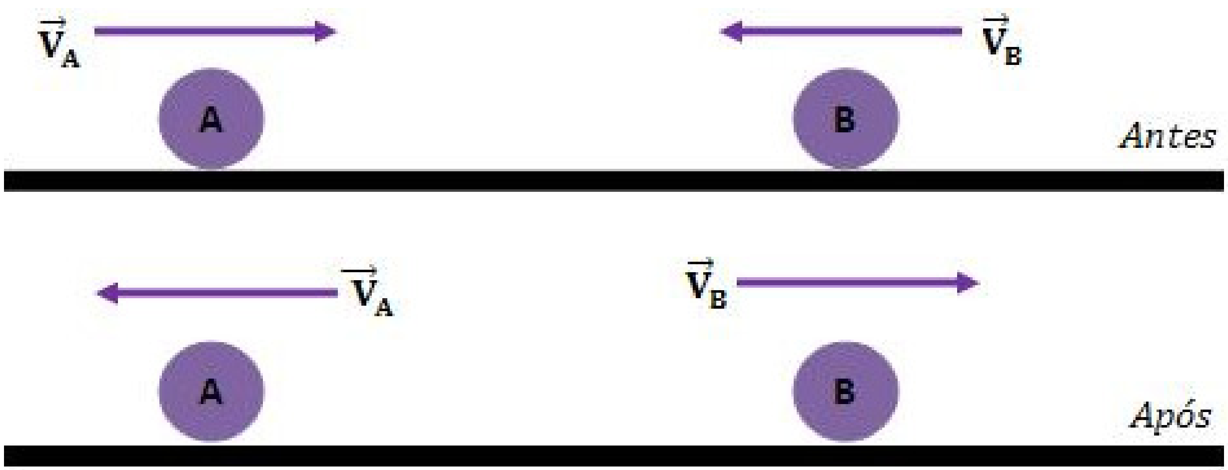
Momento (*momentum*) relativístico

Momento ou **Quantidade de Movimento**

Princípio de conservação do Momento (Classicamente: $p = um$)

$$(P_i)_{total} = (P_f)_{total}$$

Não é difícil mostrar que $P'_i \neq P'_f$ se as velocidades das partículas em S' estiverem relacionadas as velocidades em S por meio das transformações de Lorentz.



Momento (*momentum*) relativístico

Momento ou **Quantidade de Movimento**

$(P_i)_{total} = (P_f)_{total}$

A conservação do momento ainda será válido em relação a todos os referenciais se o momento de cada partícula for calculado por meio de:

$$p = \frac{mu}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

Para a direção x:

Observe que u é a velocidade da partícula e não entre os referenciais

$$\gamma_p = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

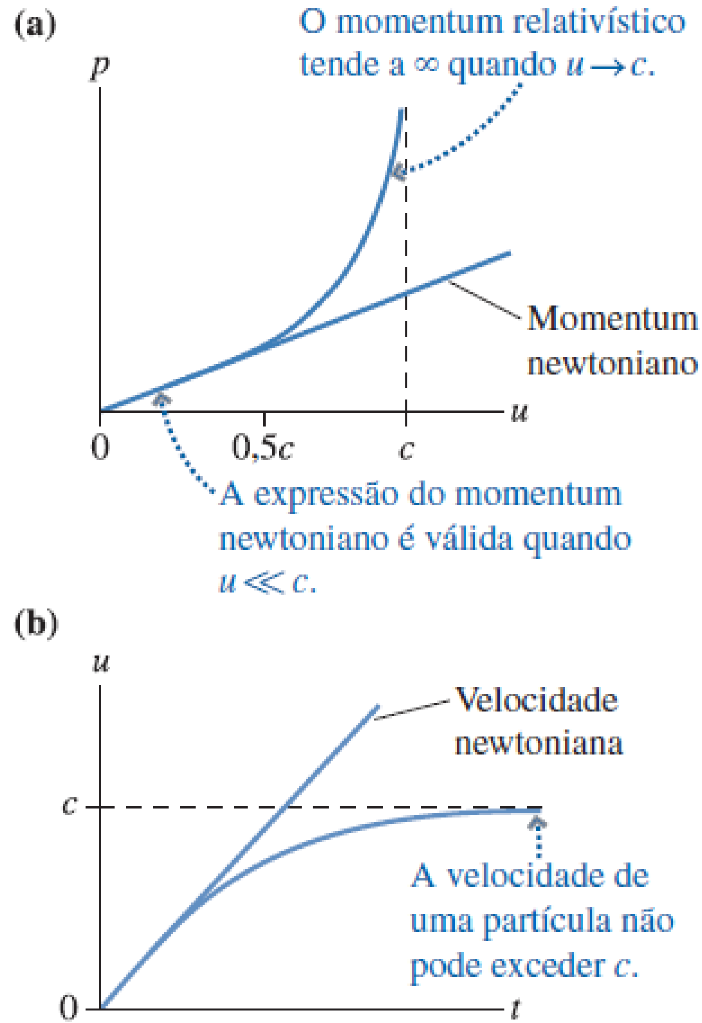
$$p = \frac{mu}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \gamma_p mu$$

Momento (*momentum*) relativístico

Momento ou **Quantidade de Movimento**

Classicamente: $p = um$

$$p = \frac{mu}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma_p mu$$



Momento (*momentum*) relativístico

Momento ou **Quantidade de Movimento**

37.11 – Em um acelerador de partículas, elétrons atingem uma velocidade de 0,999c relativamente ao laboratório. A colisão de um elétron com um alvo produz um múon que se move para a frente com uma velocidade igual a 0,95c em relação ao laboratório. A massa do múon vale 1,90 x 10^{-28} kg. Qual é o momento do múon em relação ao referencial do laboratório e em relação ao referencial do feixe de elétrons?

$$p = \frac{mu}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma_p mu$$

Observe que u é a velocidade da partícula e não entre os referenciais

Explorando $E_0 = mc^2$

Fissão Nuclear do ^{235}U (^{238}U 99.2% e ^{235}U 0.7 %)

$n + {}^{235}U \rightarrow {}^{236}U \rightarrow {}^{144}Ba + {}^{89}Kr + 3n$

1 u = 1/12 (Massa do ^{12}C) = $1{,}66 \times 10^{-27}$ Kg.

A massa dos produtos somada é 0,185 menor do que a massa dos reagentes.

$M_{antes} - M_{depois}$ 0,185 u = 3.07×10^{-28} Kg.

$E_0 = mc^2 = 2.8 \times 10^{-11}$ J para um átomo
$N = 6.02 \times 10^{23}$ átomos

A planta de uma usina nuclear gera 3 GW de "calor" e 1 GW de energia elétrica (eficiência 33 %). Quantos átomos de U são fissados no ano?